CORRECTION AVENIR 2013
MATHÉMATIQUES

Avenir 2013

1) Réponse A

$$\frac{1}{2}\ln 27 - 2\ln 3 + \ln\sqrt{3} = \frac{1}{2}\ \ln 3^3 - 2\ln 3 + \frac{1}{2}\ln 3 = \frac{3}{2}\ln 3 - \frac{3}{2}\ln 3 = 0$$

2) Réponse B

$$\frac{-2e^2 * 3e^4}{\left(2e^2\right)^2 - 3e^4} = \frac{-6e^6}{e^4} = -6\boldsymbol{e}^2.$$

3) Réponse B

$0 < \ln 3 < 2 = \ln e^2$

Donc $\ln 3 * \ln 3 < 2\ln 3$

$(\ln 3)^2 < 2\ln 3$

$(\ln 3)^2 - 2\ln 3 < 0$

4) Réponse B

$$\frac{(\cos\frac{\pi}{6})^2 + (sin\frac{\pi}{6})^2}{(\cos\frac{\pi}{3})^2 + (sin\frac{\pi}{3})^2} = \frac{1}{1} = 1$$

5) Réponse D

f continue en -1 signifie que $\lim_{x\to -1} \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}\right) = \boldsymbol{f}\left(1\right)$

6) Réponse C

f dérivable en -1 signifie que **la limite du taux d'accroissement en -1 est un réel.**

Soit $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(-1+x)-f(-1)}{x}$ est un réel.

7) Réponse D

L'énoncé ne donne que 4 valeurs : on ne sait pas ce qui se passe entre ces valeurs. On ne peut donc conclure que g est décroissante. On peut juste dire **qu'elle n'est pas strictement croissante**.

8) Réponse D

L'énoncé ne dit pas que la fonction est continue : on ne peut utiliser le théorème des valeurs intermédiaires et **on ne peut connaître le nombre de solutions.**

9) Réponse D

Fonction inverse : Attention au zéro ! Il peut être utile de tracer la courbe avant de répondre.

Si $x > 0$, $\frac{1}{x} \leq 0,2 \leftrightarrow, \boldsymbol{x} \geq \frac{1}{0,2} = 5$

Si $x < 0$ alors on a toujours : $\frac{1}{x} < 0 < 0,2$

La solution est donc $]-\infty; 0[\cup [5; +\infty[$

10) Réponse C

$(\ln x^2) = (\ln x)^2 \leftrightarrow 2\ln x = (\ln x)^2$

$\leftrightarrow (\ln x)^2 - 2\ln x = \ln x(\ln x - 2) = 0.$

Il y a donc 2 solutions $x = 1 \;\; et \;\; x = e^2$

11) Réponse B

$-(\ln x)^2 = (\ln x)^2 \leftrightarrow (\ln x)^2 = 0 \leftrightarrow \boldsymbol{x} = 1$

12) Réponse C

$e^{-x^2} \geq 1 \leftrightarrow -x^2 \geq 0 \leftrightarrow x^2 \leq 0 \leftrightarrow \boldsymbol{x} = 0$

13) Réponse C

$\Delta = 25 - 24 = 1$

Il y a 2 solutions réelles: $x = \dfrac{5+1}{4} = \dfrac{3}{2}$ et $x = \dfrac{5-1}{4} = 1$.

Attention piège : Il faut donc répondre **2 solutions complexes** (car tout réel fait partie de l'ensemble des complexes).

14) Réponse C

$x \rightarrow x^3$ est une fonction strictement croissante : $a^3 = b^3 \leftrightarrow a = b$.
P1 et P2 sont équivalentes.

15) Réponse A

$\ln a = \ln b \rightarrow e^a = e^b$ quels que soient a et b.
Mais : $e^a = e^b \rightarrow \ln a = \ln b$ seulement si **a et b sont positifs**.
Seul P1 implique P2.

16) Réponse B

$a = \sqrt{b} \rightarrow a^2 = b$

Mais : $a^2 = b \rightarrow a = \sqrt{b}\ ou\ \boldsymbol{a} = -\sqrt{\boldsymbol{b}}$.
Seul P2 implique P1.

17) Réponse A

Seule P1 implique P2 car ABC peut **être rectangle en A, B ou C**.

18) Réponse B

La courbe admet une tangente horizontale d'équation y=6 au point d'abscisse 3.

19) Réponse B

La dérivée doit être décroissante, positive jusqu'à 3, nulle en 3 puis négative : la seule solution possible est la réponse B.

20) Réponse A

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \boldsymbol{f(x) - x} = -\infty$

21) Réponse C

$\int_{-4}^{-1} f(x)\,dx < 0$ car sur $[-4;-1]$, l'aire entre la courbe et l'axe des abscisses est plus important sous l'axe des abscisses (là où il compte négativement).

Mais prenez garde à l'ordre d'intégration : de -1 vers -4.

Donc : $\int_{-1}^{-4} f(x)\,dx > 0$

22) Réponse B

La suite *u* est majorée par $u_3 = 6$.

Mais u est non minorée : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.

23) Réponse C

$v_1 = f(1) = 5$

$v_2 = f(5) \in [4;6]$.

24) Réponse D

$v_1 = f(-1) = 2,5$

$v_2 \sim 6$

$v_3 \sim 3,5$

v n'est pas monotone.

25) Réponse B

$v_1 = -5$

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$

26) Réponse B

$$f(-x) = -x * \cos\left(\frac{-x}{3}\right) = -x * \cos\left(\frac{x}{3}\right) = -\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$$

f est impaire.

27) Réponse D

f n'est pas périodique.

28) Réponse D.

$$f(x)=0 \leftrightarrow x=0\,ou\;\cos\left(\frac{x}{3}\right)=0$$

$$\leftrightarrow x=0\,ou\,\frac{x}{3}=\frac{\pi}{2}[\pi]$$

$$\leftrightarrow x=0\,ou\,x=\frac{3\pi}{2}\;\; ou\,x=\frac{3\pi}{2}\;\text{sur}\;[-2\pi;2\pi]$$

Soient 3 solutions.

29) Réponse C

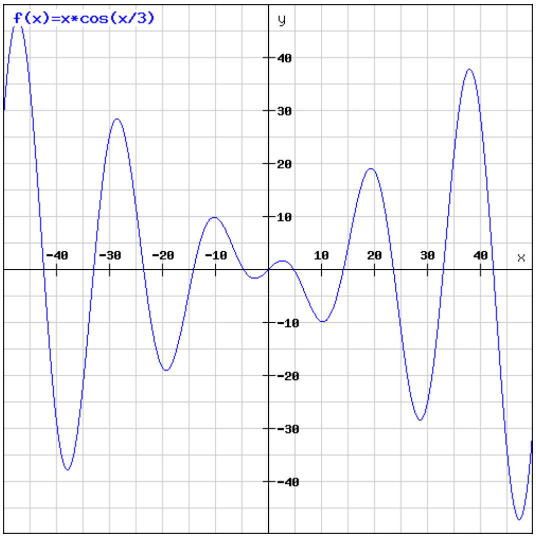
$$\boldsymbol{f'(x)}=\cos\left(\frac{\boldsymbol{x}}{3}\right)-\boldsymbol{x}*\frac{1}{3}*\sin\left(\frac{\boldsymbol{x}}{3}\right).$$

30) Réponse C

Seule la fonction de la réponse C est bien une primitive de f mais elle ne vérifie pas la condition F(0)=0.

31) Réponse D.

La fonction n'admet pas de limite en $+\infty$. Elle s'annule de manière périodique, admet des maximums locaux plus en plus grands et des minimums locaux plus en plus négatifs.



32) Réponse A

$$\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)=\lim_{X\to 0} f\left(X\right)=0$$

33) Réponse A

f est impaire donc $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$, quel que soit a.

34) Réponse B

$$S=0+1+4+9+16=30$$

35) Réponse B

$$I=5$$

36) Réponse B

$N=1$ donne S= 1 et I =2.
$\boldsymbol{N}=2$ donne S=5 et I =2.

37) Réponse C.

$\boldsymbol{N}=5$ car pour N = 6 alors S = 14 et I = 3.

38) Réponse C

$$\sqrt{3}-i=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}\right)=2\boldsymbol{e}^{-\pi/6}$$

39) Réponse C

$$(\sqrt{3}-i)^9=(2\boldsymbol{e}^{-\frac{\pi}{6}})^9=2^9\boldsymbol{e}^{-\frac{9\pi}{6}}=2^9\boldsymbol{e}^{-\frac{3\pi}{2}}=2^9\boldsymbol{i}$$

Soit un imaginaire pur de partie imaginaire strictement positive.

40) Réponse A

$$\frac{-1-i}{2-i}=\frac{(-1-i)(2+i)}{5}=\frac{-2-2i-i+1}{5}=-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}*\boldsymbol{i}$$

41) Réponse B

$$-i=\frac{z-1}{z+2}\leftrightarrow -2i-iz=z-1\,et\,z\neq -2$$

$$\leftrightarrow z(1+i)=1-2i$$

$$\leftrightarrow z=\frac{-1+2i}{1+i}$$

$$\leftrightarrow z=\frac{(1-2i)(1-i)}{2}$$

$$\leftrightarrow z=\frac{1-2-2i-i}{2}$$

$$\leftrightarrow \boldsymbol{z}=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\boldsymbol{i}$$

42) Réponse C.

OM'=1 $\leftrightarrow \frac{|z-1|}{|z+2|}=1\leftrightarrow |z-1|=|z+2|\, avec\, z\neq -2$

Soit l'équation de la médiatrice du segment [AB] avec $z_A=1\, et\, z_B=-2$.

43) Réponse B

$z'=-\overline{z'}\leftrightarrow x'+iy'=-x'+iy'\leftrightarrow x'=0$

z' est donc un imaginaire pur.

Soit $\arg(z')=\frac{\pi}{2}[\pi]\leftrightarrow \arg\left(\frac{z-1}{z+2}\right)=\frac{\pi}{2}[\pi]\leftrightarrow \left(\overrightarrow{\mathrm{BM}},\overrightarrow{\mathrm{AM}}\right)=\frac{\pi}{2}[\pi]$

L'ensemble des points est le cercle de diamètre [AB], privé du point B $(z\neq 2)$.

44) Réponse C.

Les coordonnées de A, B et C vérifient l'équation c.
L'équation de la réponse C est bien une équation du plan (ABC).

45) Réponse B

$\overrightarrow{AB}(1\,;5\,;1)$

$\overrightarrow{BD}(a-1;0\,;-2)$

ABD est rectangle en B lorsque $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}=0 \leftrightarrow 1*(a-1)-2=0$

$\leftrightarrow \boldsymbol{a}=3$

46) Réponse D

$\overrightarrow{BC}(-2;-7\ ;--1)$
$\overrightarrow{AD}(a;5\ ;-1)$
Les 2 vecteurs ne peuvent être colinéaires : les droites ne peuvent être parallèles.

47) Réponse C

$AD=BC \leftrightarrow a^2+26=4+49+1=54$
$\leftrightarrow a^2=28 \leftrightarrow a=2\sqrt{7}\,ou-2\sqrt{7}$
Soient 2 solutions.

48) Réponse D.

$$(x-2)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=4+4+\frac{9}{4}=\frac{41}{4}$$

C'est l'équation d'un cylindre d'axe (Oz).

49) Réponse A

L'équation du cercle de centre C et de rayon OA=5 est :
$(x+1)^2+(y+7)^2+z^2=25$
$\leftrightarrow \boldsymbol{x}^2+2\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}^2+14\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}^2=25-1-49=-25.$

50) Réponse C

$P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A)*P(B),$ les événements étant indépendants.

Soit : $P(AUB) = P(B) + P(A)(1 - P(B)) = \boldsymbol{P(B) + P(A) * P(\overline{B})}$

51) Réponse B.

$P_B(\overline{A}) = P(\overline{A})$, A et B étant indépendants.

Donc : $\boldsymbol{P_B}(\overline{A}) = 1 - \boldsymbol{p(A)}$.

52) Réponse C

$P(X = 1) - P(X = 7) = \binom{8}{1}(0,3 * 0,7^7 - 0,7 * 0,3^7) > 0$

53) Réponse C

$\boldsymbol{E(X)} = \boldsymbol{n * p} = 2,4$

54) Réponse B

$P(-1 \leq Y \leq 2) = P(-1 \leq Y \leq 1)$ car Y suit une loi uniforme sur $[-2;1]$

$P(-1 \leq Y \leq 2) = \frac{1-(-1)}{1-(-2)} = \frac{2}{3}$

55) Réponse D

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{Y}) = \frac{1+(-2)}{2} = -\frac{1}{2}$$

56) Réponse A

Z suit une loi normale centrée réduite : $P(Z < -2) = P(Z \geq 2)$
Donc : $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{Z} < -2) - \boldsymbol{P}(\boldsymbol{Z} \geq 2) = 0$

57) Réponse A

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{Z}) = 0$$

58) Réponse B

L'intervalle de confiance est $\left[0,52 - \frac{1}{\sqrt{400}} ; 0,52 + \frac{1}{\sqrt{400}}\right]$
Soit $[0,49; 0,55]$

59) Réponse C

Le nombre minimal de personnes interrogées est tel que :
$\frac{1}{\sqrt{n}} \langle 0,02 \leftrightarrow \sqrt{n} \rangle 50 \leftrightarrow \boldsymbol{n} > 2500$

60) Réponse D

L'amplitude est égale à $\frac{2}{\sqrt{n}}$: pour avoir une amplitude 2 fois plus faible, il faut multiplier n par 4.

CORRECTION AVENIR 2014
MATHÉMATIQUES

1) Réponse D

Un nombre complexe ne peut être négatif ou positif : ce sont ses parties réelles et imaginaires (qui sont des réels) qui peuvent être positifs ou négatifs.
Ici, *i* est un complexe à la partie imaginaire positive (=1).

2) Réponse B

$$z^3 + z = z\left(z^2 + 1\right) = 0$$

Dans R, il n'y a qu'une solution z=0. Car $z^2 = -1$ n'a pas de solution.

3) Réponse D

Dans C, $z^2 = -1$ a deux solutions *i* et *−i.*
Ce qui donne 3 solutions en tout *: 0, i et -i.*

4) Réponse C

$$z_{\overrightarrow{AB}} = -6 - 2i,\ z_{\overrightarrow{BC}} = 4 + 4i,\ z_{\overrightarrow{AC}} = -2 + 2i$$

$$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AC} = -2*4 + 4*2 = 0$$

L'angle $\hat{ABC}$ est droit : le triangle ABC est rectangle en C.

5) Réponse C

$$\arg\left(\frac{i\left(z_A - z_B\right)}{z_C - z_D}\right) = \arg\left(i\right) + \arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} + \left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{BA}\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{DC}\right)$$

$$= \frac{\eth}{2} - \left(\overrightarrow{\boldsymbol{AB}};\overrightarrow{\boldsymbol{CD}}\right)$$

6) Réponse C

$$\left|\frac{i\left(z_A - z_B\right)}{z_C - z_D}\right| = |i|\left|\frac{\left(z_A - z_B\right)}{z_C - z_D}\right| = 1 * \frac{\left|z_A - z_B\right|}{\left|z_C - z_D\right|} = \frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{CD}}$$

7) Réponse B

$$\frac{i\left(6+2i\right)}{1+3i} = \frac{6i-2}{1+3i} = \frac{\left(6i-2\right)\left(1-3i\right)}{1+9}$$

$$= \frac{6i-2+18+6i}{10}$$

$$= \frac{16+12i}{10}$$

$$= \frac{8}{5} + \frac{6}{5}\boldsymbol{i}$$

8) Réponse A

$$z_{\overline{AD}} = -3 - i = \frac{1}{2} z_{\overline{AB}}$$

Donc D appartient au segment [AB].

9) Réponse D

D'après la courbe C, $\lim\limits_{x \to <3} f\left(x\right) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to >3} f\left(x\right) = -\infty$.

La limite n'est pas la même, par valeurs inférieures et par valeurs supérieures, alors **la limite en 3 n'existe pas**.

10) Réponse C

En comptant les intersections entre la courbe C et la droite horizontale d'équation y=1, on trouve **deux solutions** :

X = 7 et $\mathrm{X} \sim -7$

11) Réponse D

Il est possible de résoudre $f'(x)=1$, en identifiant tous les points pour lesquels la tangente a un coefficient directeur égal à 1.

En plaçant la règle à l'angle 45° (pente égale à 1) et en balayant la courbe de gauche à droite, on identifie trois solutions :

Une première légèrement inférieure à -4.

Une deuxième proche de 0.

Une troisième proche de 5,5 ou 6.

12) Réponse C

$f'(x)*g'(x)=0$ si et seulement si $f'(x)=0\, ou\, g'(x)=0$

$f'(x)=0$ ssi $\mathrm{x}=-4$.

Attention : la dérivée n'est pas nulle en -2. On observe en effet un point anguleux, pour lequel la limite du taux d'accroissement n'est pas la même à gauche et à droite.

Retenez : point anguleux = fonction non dérivable en ce point.

$g'(x)=0$ ssi $\mathrm{x}=-2$ ou $\mathrm{x}=3$.

Or, f n'est pas définie en 3.

Il n'y a donc que deux solutions : - 4 et - 2.

13) Réponse D

f est croissante sur $[-2;3[$ et sur $]3;+\infty]$, mais pas sur $[-2;3[\bigcup]3;+\infty]$.

En effet, pour que ce soit le cas, il faudrait que pour tout a et b de l'intervalle, $si\, a<b, alors\, f(a)<f(b)$.

Or, ici : $-1\langle 6\, mais\, f(-1)\rangle f(6)$, par exemple.

14) Réponse C

Sur $[-2;3]$, $g'(x)>0$: la fonction g est donc strictement croissante sur $[-2;3]$

15) Réponse C

$\int_5^7 f'(x)\,dx = \left[f(x)\right]_5^7 = f(7) - f(5) > 0$, d'après la courbe C.

16) Réponse B

Sur $[5;7]$, g est strictement décroissante donc : $g'(x) < 0$

$\int_5^7 \boldsymbol{g'(x)\,dx} = < 0$ **.**

17) Réponse B

$\lim\limits_{x \to -\infty} 2e^{-3x} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} -4x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} 6\cos(0,5x)$ n'existe pas, mais $-1 \leq 6\cos(0,5x) \leq 1$

Donc : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

18) Réponse A

$\lim\limits_{x \to +\infty} 2e^{-3x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} -4x = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} 6\cos(0,5x)$ n'existe pas, mais $-1 \leq 6\cos(0,5x) \leq 1$

Donc : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

19) Réponse D

$f'(x) = 2*(-3)*e^{-3x} - 4 + 6*(-0,5*\sin 0,5x)$

$\boldsymbol{f'(x) = -6e^{-3x} - 4 - 3\sin 0,5x}.$

20) Réponse B

Pour tout réel x,

$-6e^{-3x} < 0$

$-3\sin 0,5x \leq 3 < 4$ donc $-4 - 3\sin 0,5x < 0$

Donc : $f'(x) < 0$. ***f*** **est strictement décroissante sur** $\mathbb{R}$ **.**

Or, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, $\boldsymbol{f(x) = 0}$ **admet une unique solution sur** $\mathbb{R}$

21) Réponse B

$f(0) = 2 - 6 = 8 > 0.$

f est strictement décroissante : la solution de l'équation $f(x) = 0$ est donc **forcément strictement positive.**

22) Réponse D

En dérivant la proposition C, on retrouve bien *f* : c'est donc bien une primitive de *f*.

Mais ça n'est pas F, car d'après l'énoncé, F doit s'annuler en 0, ce qui n'est pas le cas de cette fonction.

23) Réponse C

$\int_{-1}^{-3} f'(x)\,dx = \left[f(x)\right]_{5}^{-3} = f(-3) - f(-1) > 0$, f étant décroissante sur $\mathbb{R}$.

24) Réponse C

$\int_{-3}^{-1} f(x)\,dx > 0$, car f est positive sur $[-3;-1]$.

25) Réponse D

Remarque : la seule fonction paire et impaire à la fois est **la fonction nulle.**

Ici, la partie $x \to 6\cos(0,5x)$ est paire, mais la fonction *f* en entier n'est bien sûr :

ni paire : on n'a pas, quel que soit x, $f(x) = f(-x)$).

ni impaire : on n'a pas, quel que soit x, $f(x) = -f(-x)$).

26) Réponse D

De même, ce n'est pas parce qu'il y a une partie périodique dans l'expression d'une fonction (ici, $x \to 6\cos(0,5x)$ est périodique de période 4π) que la fonction est elle-même périodique.

f n'est bien sûr pas périodique.

27) Réponse A

$$u_1 = -\frac{3}{2}*4+\frac{5}{2}*0+1=-5$$

$$u_2 = -\frac{3}{2}*(-5)+\frac{5}{2}*1+1=11$$

28) Réponse D

Remarque : les seules suites à la fois géométriques est arithmétiques sont les suites constantes.

$(\boldsymbol{u_n})$ n'est ni arithmétique, ni géométrique.

$u_{n+1} = -\frac{3u_n}{2}$ aurait donné une suite géométrique

$u_{n+1} = u_n + 1$ aurait donné une suite arithmétique

$u_{n+1} = -\frac{3u_n}{2} + 1$ aurait donné une suite arithmético-géométrique, qui n'est ni géométrique, ni arithmétique !

29) Réponse C

$$v_{n+1} = u_{n+1} - n - 1 = -\frac{3}{2}u_n + \frac{5}{2}n + 1 - n - 1 = -\frac{3}{2}u_n + \frac{3}{2}n = -\frac{3}{2}(u_n - n)$$

Donc : $\boldsymbol{v_{n+1} = -\frac{3}{2} v_n}$

$(\boldsymbol{v_n})$ est géométrique de raison -1,5.

30) Réponse C

$$v_n = \left(-\frac{3}{2}\right)^n * v_0$$

Donc : $\boldsymbol{u_n = v_n + n = \left(-\frac{3}{2}\right)^n * 4 + n}$

31) Réponse D

La suite n'admet pas de limite.

Le terme en $\left(-\frac{3}{2}\right)^{\boldsymbol{n}}$ va être tour à tour de plus en plus grand (quand n sera pair) et de plus négatif (quand n sera impair). Il l'emportera sur **le terme n.**

32) Réponse C

$$\sum_0^{2014} u_k = \sum_0^{2014} \left(-\frac{3}{2}\right)^k * 4 + \sum_0^{2014} k$$

$$= 4 * \frac{1 — (-1,5)^{2014+1}}{1-1,5} + \sum_{0}^{2014} k$$

$$= 4 * \frac{1-(-1,5)^{2015}}{2,5} + \sum_{0}^{2014} k$$

Soient que des termes POSITIFS.

33) Réponse C

X peut prendre 5 valeurs : 2, 3, 4, 5 et 6.

34) Réponse C

$$P(X=2) = \frac{2}{6} * \frac{2}{6} = \frac{4}{36}$$

35) Réponse A

$$P(Y=1) - P(Y=2) = 2 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

36) Réponse D

X=Y implique X = Y = 2, avec 2 blanches marquées 1 ou 2 noires marquées 1.

$$P(X=Y) = P(X=Y=2) = \frac{1}{6} * \frac{1}{6} + \frac{1}{6} * \frac{1}{6} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

37) Réponse C.

$$E(Y) = 1 * \frac{1}{2} + 2 * \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

38) Réponse B

$$P_{Y=2}(X=2) = \frac{P(X=Y=2)}{P(Y=2)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

39) Réponse A

$$P_{X=2}\left(Y=2\right)=\frac{P\left(X=Y=2\right)}{P\left(X=2\right)}=\frac{\frac{2}{36}}{\frac{4}{36}}=\frac{1}{2}$$

40) Réponse D

La section par le plan (EAS) est le triangle EAS.

41) Réponse B

La section par le plan (EAB) est un quadrilatère ayant pour sommets EAB et un point sur l'arête SI.

42) Réponse D

La section par le plan (EAD) est un quadrilatère de sommets EAD et un point de l'arête IO.

43) Réponse A

$$\begin{cases} 0=-6a+6 \\ -5=4a-9 \leftrightarrow \boldsymbol{a}=1 \\ z=0 \end{cases}$$ A appartient à la droite D.

$3*0*2*-2-10=0$: A appartient également à P.

44) Réponse D

$\overrightarrow{AB}\left(1;5;1\right),\overrightarrow{AC}\left(-1;-2;0\right),\overrightarrow{BC}\left(-2;-7;-1\right)$

En calculant les produits scalaires, on constate que les vecteurs ne sont pas orthogonaux. **Le triangle ABC n'est pas rectangle**.

45) Réponse C

$\vec{u}(-6;4\ ;0)$ est un vecteur directeur de D.
$\vec{n}(3;-2\ ;0)$ est un vecteur normal de P.

Or, $\vec{u} = 2\vec{n}$. Donc D et P sont perpendiculaires.

46) Réponse B

$\overrightarrow{AB}(1;5;1)$ et $\vec{u}(-6;4\ ;0)$ ne sont pas colinéaires, ni orthogonaux.
Donc (AB) et D ne sont ni parallèles ni perpendiculaires : elles sont sécantes en A (car A est sur D d'après 43).

47) Réponse C

$BC = \sqrt{4+49+1} = \sqrt{54}$
Donc $7 < BC < 8$.

48) Réponse A

$S = 1 + \ln 1 = 1$
$L = S - 1 = 0$

49) Réponse B

$S = 1 + \ln 2 + \ln 3$
$L = \ln 2 + \ln 3 = \ln 6$

50) Réponse D

Pour N=4, $L = \ln 2 + \ln 3 + \ln 4 = \ln 24 < \ln 25.$
Pour N=5, $L = \ln 2 + \ln 3 + \ln 4 + \ln 5 = \ln 120 > \ln 25$

51) Réponse C

$e^L \geq 25 \leftrightarrow L \geq \ln(25)$
$Donc : \boldsymbol{N} = 5.$

52) Réponse C

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} \leq 0) > P(\boldsymbol{X} \leq -2) = \frac{1}{2}$$

53) Réponse A.

$$P(X = 0) = P(X = a, \forall a) = 0$$

54) Réponse A

$$P(-2 \leq X \leq 0) = P(X \leq 0) - P(X \leq -2) = \boldsymbol{a} - 0,5$$

55) Réponse A

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} < -2) = \frac{1}{2}$$

56) Réponse A

$$E(Y) = 1/\lambda = 5$$

57) Réponse D

$$P(-1 \leq Y \leq 1) = P(Y \leq 1) = 1 - e^{-\lambda * 1} = 1 - \boldsymbol{e}^{-0,2}$$

58) Réponse D

$$P(Y < \theta) = P(Y > \theta) \leftrightarrow 1 - e^{-\lambda\theta} = e^{-\lambda\theta}$$

$$\leftrightarrow 1 = 2e^{-\lambda\theta}$$

$$\leftrightarrow e^{-\lambda\theta} = \frac{1}{2}$$

$$\leftrightarrow -\lambda\theta = -ln2$$

$$\leftrightarrow \theta = \frac{1}{\lambda} ln2 = 5 \ln 2.$$

59) Réponse D

$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{Y}>8}\left(\boldsymbol{Y}<5\right)=0$ car Y ne peut être inférieur à 5 et supérieur à 8.

60) Réponse A

$$P_{Y<8}\left(Y<5\right)=\frac{P\left(5<Y<8\right)}{P(Y<8)}=\frac{\boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{Y}<8\right)-\boldsymbol{P}(\boldsymbol{Y}<5)}{\boldsymbol{P}(\boldsymbol{Y}<8)}$$